



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO**  
**EN CIENCIAS MATEMÁTICAS Y DE**  
**LA ESPECIALIZACIÓN EN ESTADÍSTICA APLICADA**



**MAESTRÍA EN CIENCIAS MATEMÁTICAS**

**Programa de la actividad académica Probabilidad I**

<b>Clave</b>	<b>Semestre</b> 1,2,3 o 4	<b>Créditos</b> 9	<b>Campo de conocimiento</b>	Probabilidad		
<b>Modalidad</b>	Curso Básico		<b>Tipo</b>	T (X)	P ( )	T/P ( )
<b>Carácter</b>	Obligatorio de elección		<b>Horas</b>			
<b>Duración del programa</b>	Semestral		<b>Semana</b>		<b>Semestre</b>	
			Teóricas: 4.5		Teóricas: 72	
			Prácticas: 0		Prácticas: 0	
			Total: 4.5		Total: 72	

<b>Seriación</b>	
<b>Ninguna (X)</b>	
<b>Obligatoria ( )</b>	
<b>Actividad académica</b> antecedente	
<b>Actividad académica</b> subsecuente	
<b>Indicativa ( )</b>	
<b>Actividad académica</b> antecedente	
<b>Actividad académica</b> subsecuente	

**Objetivo general:**

Presentar al alumno los fundamentos matemáticos y los teoremas básicos de la teoría de la Probabilidad, en particular, se le familiarizará con los resultados de teoría de la medida que son importantes en el estudio de la Probabilidad, así como de la riqueza adicional que se obtiene de concentrarse en el estudio de espacios de probabilidad.

**Objetivos específicos:**

El alumno:

- Conocerá los conceptos básicos de la teoría como espacios medibles, medidas de probabilidad, variables aleatorias y sus distribuciones, así como el concepto de independencia.
- Estudiará la esperanza matemática como un integral de Lebesgue y las propiedades que tiene; se generalizará lo anterior al concepto de esperanza y probabilidad condicional respecto de sigma-álgebras.
- Estudiará modos de convergencia de variables aleatorias y en particular se demostrará la ley fuerte de los grandes números y el teorema del límite central. Para esto último es necesario hacer un estudio básico de convergencia débil de medidas de Probabilidad y de funciones características de variables aleatorias.

<b>Índice temático</b>			
	<b>Tema</b>	<b>Horas semestre</b>	
		<b>Teóricas</b>	<b>Prácticas</b>
1	Espacio de probabilidad, variables aleatorias y distribuciones	24	0
2	Esperanza y momentos de variables aleatorias, probabilidad y esperanza condicional	24	0
3	Leyes de los grandes números y el Teorema central del límite	24	0
Total		72	0
Suma total de horas		72	

<b>Contenido Temático</b>	
	<b>Tema y subtemas</b>
<b>1</b>	Espacio de probabilidad, variables aleatorias y distribuciones 1.1 Definiciones básicas y ejemplos 1.2 Lemas de clases monótonas 1.3 Espacios de medida y de probabilidad 1.3.1 Definiciones básicas y ejemplos 1.3.2 Distribuciones o leyes de probabilidad 1.3.3 Funciones de distribución 1.3.4 Construcción del espacio de probabilidad asociado a una función de distribución 1.4 Espacios y medidas producto. Independencia 1.4.1 Lema de Borel-Cantelli
<b>2</b>	Esperanza y momentos de variables aleatorias, probabilidad y esperanza condicional 2.1 Integral de Lebesgue, esperanzas de funciones de variables aleatorias 2.2 Función característica, definición, propiedades. Aplicación a sumas de variables aleatorias independientes 2.3 Probabilidad y Esperanza Condicional 2.3.1 Esperanza Condicional y sus propiedades elementales 2.3.2 Esperanza Condicional con respecto a una v.a., con respecto a una sigma-álgebra, etc. 2.3.3 Probabilidad Condicional 2.3.4 Distribuciones Condicionales
<b>3</b>	Leyes de los grandes números y el Teorema central del límite 3.1 Tipos de convergencia 3.1.1 Convergencia casi segura, en probabilidad, en $L^p$ 3.1.2 Convergencia débil, o en distribución 3.1.3 Convergencia débil usando funciones características 3.1.4 Teorema de continuidad de Lévy 3.1.5 Relaciones entre los modos de convergencia 3.2 Leyes de los grandes números 3.2.1 Ley débil de los grandes números 3.2.2 Ley fuerte de los grandes números para variables independientes e integrables 3.3 El Teorema central del límite

Estrategias didácticas		Evaluación del aprendizaje	
Exposición oral	X	Exámenes parciales	X
Trabajo en equipo		Examen final	X
Lecturas		Trabajos y tareas	X
Trabajo de investigación		Presentación de tema	
Prácticas (taller o laboratorio)		Participación en clase	X
Prácticas de campo		Asistencia	
Aprendizaje por proyectos		Rúbricas	
Aprendizaje basado en problemas		Portafolios	
Casos de enseñanza		Listas de cotejo	
Otras (especificar)		Otras (especificar)	
Ejercicios dentro de clase	X		
Ejercicios fuera del aula	X		

Perfil profesiográfico	
Grado	Maestro o Doctor en Ciencias Matemáticas
Experiencia docente	
Otra característica	

**Bibliografía Básica:**

- Billingsley, P, *Probability and Measure*, Wiley, 3<sup>RD</sup> Ed. 1995.
- Breiman, L, *Probability*, Society for Industrial and Applied Mathematics. 1992.
- Chow, Y.S. And Teicher, H., *Probability Theory: Independence, Interchangeability, Martingales*, 3<sup>RD</sup> Ed, Springer Verlag, 1997.
- Dudley, R. M., *Real Analysis and Probability*, Cambridge University Press, 2002.
- Durrett, R., *Probability: Theory and Examples*, 4<sup>TH</sup> Ed, Cambridge University Press, 2010.
- Hoffman-Jorgensen, J., *Probability with a View toward Statistics*, 2 Vol, Chapman And Hall, 1994.
- Jacod, J. And Protter, P., *Probability Essentials*, Springer Verlag, 2003.
- Kallenberg, O., *Foundations of Modern Probability*, 2<sup>ND</sup> Ed, Springer Verlag, 2002.
- Laha, R. G. And Rohatgi, V. K., *Probability Theory*, Wiley, 1979.

**Bibliografía Complementaria:**

- Ash, R.B., *Real Analysis and Probability*, Academic Press, 1972.
- Clarke, L.E., *Random Variables*, Longman, 1975.
- Feller, W, *An Introduction To Probability Theory And Its Applications*, 2 Vol., Wiley, 1968/1971.
- Fristedt, B. And Gray, L., *A Modern Approach To Probability Theory*, Birkhäuser, Verlag, 1996.
- Williams, D., *Probability with Martingales*, Cambridge University Press, 1991.