

Posgrado en Ciencias Matemáticas

Examen de Admisión - Cálculo Diferencial e Integral- Semestre 2021-2

- El tiempo máximo para realizar el examen es de 120 minutos.
- Numere las hojas y escriba las respuestas en hojas separadas.
- Responda las preguntas justificando su respuesta.
- Poner sus apellidos en la primera hoja en el borde superior.
- Escanee las hojas de respuestas en un solo documento tipo pdf y
- Al archivo generado nómbrelo con primer y segundo apellidos (ejemplo diazlopez.pdf)

1. Considere las funciones reales valuadas con dominio un subconjunto de los reales:

$$I. f(x) = \frac{1}{[x]}, \quad II. f(x) = \frac{1}{\frac{1}{[x]}}$$

donde $[x]$ denota el máximo entero menor o igual al real x .

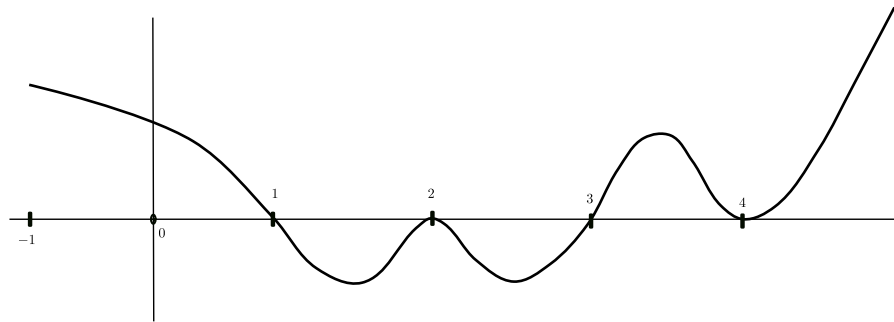
- Determine el máximo dominio en \mathbb{R} donde están bien definidas cada una de ellas.
- Dibuje la gráfica de cada una de ellas.
- Determine el conjunto de puntos a para los cuales existe el límite $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$.

2. Suponga que f es una función que tiene la propiedad siguiente:

Para toda función g tal que no existe el límite $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$, entonces no existe el límite $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + g(x))$.

Pruebe que tal f existe si y solo si $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ existe.

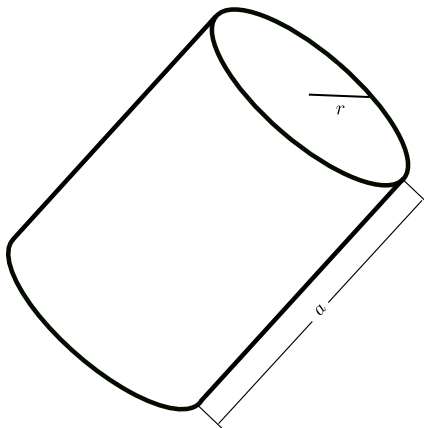
3. Suponga que la gráfica de la derivada de una función f en el intervalo $(-1, -5)$ y dos veces diferenciable es como se muestra en la figura.



Haga un dibujo de la función f y marque en él lo siguiente:

- los puntos críticos de f .
- los puntos de inflexión de f .
- Los intervalos donde la segunda derivada f'' es positiva o negativa.

- (d) De todos los cilindros circulares rectos de altura a y radio de las “tapas” r y de volumen fijo V determine aquel cuya área es máxima (el área incluye las tapas inferior y superior).



4. Sea f una función continua tal que $\int_0^9 f(x) dx = 4$. Encuentre $\int_0^3 xf(x^2)dx$.
5. (a) Determine si la sucesión $\{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}\}$ converge o diverge.
- (b) Encuentra el radio e intervalo de convergencia de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n x^n}{\sqrt{n+1}}$.