

# Examen de Conocimientos Generales Análisis Numérico

26 de junio del 2015

Duración del examen cuatro horas

1. Demuestre que la matriz  $B$  dada

$$B = \begin{bmatrix} 11 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 8 & 11 & 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 11 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 & 11 & 8 \\ 8 & 8 & 8 & 8 & 11 \end{bmatrix}$$

es positiva definida.

2. Calcule las raíces de.

$$x^3 - 2.1x^2 + 1 = 0$$

3. Calcule los splines cuadráticos  $b(x)$  tales que:

$$b(x) = \begin{cases} P_1(x) & [0, 2] \\ P_2(x) & [2, 4] \\ P_3(x) & [4, 6] \end{cases}$$

y

$$b(0) = b'(0) = 0; \quad b(6) = b'(6) = 0$$

y además

$$b(x) \in C^1[0, 6]$$

4. Calcule  $x_1, x_2, x_3, w_1, w_2, w_3$ , para que la regla de cuadratura

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = w_1f(x_1) + w_2f(x_2) + w_3f(x_3)$$

tenga precisión máxima.

5. Considere el sistema numérico de punto flotante

$$\mathbb{R} = (\beta, n, e_1, e_2)$$

con

$$\beta = 10; \quad n = 3; \quad e_1 = -100; \quad e_2 = 100$$

Diga cuántos números del sistema pertenecen al intervalo  $[3, 15]$ .

6. Explique qué es la condición de un problema numérico y además

a)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad \text{cond}(f, x) = ?$

b)  $A : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n; \quad \text{cond}(A) = ?$ .

7. ¿Explique detalladamente qué es un spline cúbico de Hermite?

8. ¿Qué es la factorización de  $LU$ . ?

9. ¿Cuándo un método numérico da resultados precisos?

10. ¿Cómo se elige  $h$  para calcular lo más preciso posible ?

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$